

Spis treści

Wstęp	7
1. ALGEBRA	9
1.1. Wyrażenia algebraiczne	9
Zadania	9
1.2. Liczby zespolone	10
1.2.1. Działania na liczbach zespolonych	10
1.2.2. Interpretacja geometryczna, postać trygonometryczna oraz wykładnicza liczby zespolonej	11
1.2.3. Wzór Moivre'a	12
1.2.4. Pierwiastki z liczb zespolonych	13
1.2.5. Rozwiązywanie równań kwadratowych	13
Zadania	14
1.3. Macierze	15
1.3.1. Szczególne typy macierzy	16
1.3.2. Działania na macierzach	16
Zadania	19
1.4. Wyznacznik macierzy	22
1.4.1. Rząd macierzy	24
Zadania	25
1.5. Macierz odwrotna	27
Zadania	30
1.6. Układy równań	31
1.6.1. Wzory Cramera	31
1.6.2. Metoda macierzowa rozwiązywania układów Cramera	32
1.6.3. Twierdzenie Kroneckera-Capelliego	33
1.6.4. Metoda operacji elementarnych	35
Zadania	37
2. RACHUNEK WEKTOROWY I GEOMETRIA ANALITYCZNA	40
2.1. Rachunek wektorowy	40
2.1.1. Wektory w układzie współrzędnych	40
2.1.2. Działania na wektorach	40
2.1.3. Iloczyn skalarny i wektorowy	41
Zadania	42
2.2. Geometria analityczna	44
2.2.1. Prosta na płaszczyźnie	44
2.2.2. Prosta i płaszczyzna w przestrzeni	45
Zadania	47
2.3. Powierzchnie stopnia drugiego	50
2.3.1. Powierzchnie obrotowe	51
Zadania	55
3. PROGRAMOWANIE LINIOWE	58
3.1. Metoda graficzna	59

3.2. Metoda punktów wierzchołkowych	63
3.3. Zagadnienie dualne	66
Zadania	67
4. PRZEPIŁYWY MIĘDZYGAŁĘZIOWE	72
4.1. Model Leontiewa	72
Zadania	75
5. FUNKCJE JEDNEJ ZMIENNEJ	78
5.1. Ciągi	78
5.1.1. Monotoniczność i ograniczoność ciągu	78
5.1.2. Granica ciągu	79
5.1.3. Obliczanie granic ciągów	80
Zadania	82
5.2. Funkcje	84
5.2.1. Dziedzina naturalna funkcji	85
5.2.2. Własności funkcji	86
5.2.3. Rysowanie wykresu funkcji z wykorzystaniem znanych wykresów	87
5.2.4. Granica funkcji	88
5.2.5. Asymptoty funkcji	91
5.2.6. Funkcja złożona	93
5.2.7. Funkcja odwrotna	93
5.2.8. Popyt i podaż	94
5.2.9. Przychód, koszt, zysk, koszt oraz koszt średni	95
Zadania	96
5.3. Pochodna funkcji	99
5.3.1. Interpretacja geometryczna pochodnej	100
5.3.2. Pochodne funkcji elementarnych	100
5.3.3. Reguły obliczania pochodnych	101
5.3.4. Różniczka funkcji	102
5.3.5. Pochodne wyższych rzędów	102
5.3.6. Elastyczność funkcji	103
5.3.7. Wzór Taylora	103
Zadania	104
5.4. Reguła de l'Hospitala	110
Zadania	111
5.5. Badanie przebiegu zmienności funkcji	112
5.5.1. Ekstrema i monotoniczność funkcji	112
5.5.2. Wartość największa i najmniejsza funkcji w zbiorze	113
5.5.3. Punkty przegięcia, przedziały wypukłości	114
5.5.4. Badanie przebiegu zmienności funkcji	115
Zadania	117
6. CAŁKI	121
6.1. Całka nieoznaczona	121
6.1.1. Podstawowe wzory rachunku całkowego	121

6.1.2. Całkowanie przez podstawienie i przez części	123
6.1.3. Całkowanie funkcji wymiernych	124
6.1.4. Całkowanie pewnych typów funkcji niewymiernych	128
6.1.5. Całkowanie funkcji trygonometrycznych	131
Zadania	133
6.2. Całka oznaczona	136
6.2.1. Zmiana zmiennej w całce oznaczonej	138
6.2.2. Interpretacja geometryczna całki oznaczonej	139
6.2.3. Długość łuku krzywej płaskiej	139
6.2.4. Objętość oraz pole powierzchni bryły obrotowej	140
6.2.5. Wartość średnia funkcji w przedziale	140
6.2.6. Całka oznaczona a wielkości krańcowe w ekonomii	141
6.2.7. Nadwyżka producenta i konsumenta	141
6.2.8. Współczynnik nierówności Lorentza	142
6.2.9. Całki niewłaściwe	142
6.2.10. Wartość główna całki	144
Zadania	144
7. SZEREGI	148
7.1. Szeregi liczbowe	148
7.1.1. Szeregi o wyrazach nieujemnych	149
7.1.2. Szeregi o wyrazach dowolnych oraz szeregi przemienne	151
7.2. Szeregi funkcyjne	152
7.2.1. Szereg Taylora i Maclaurina	154
Zadania	155
8. FUNKCJE WIELU ZMIENNYCH	158
8.1. Funkcje dwóch zmiennych	158
Zadania	159
8.2. Pochodne cząstkowe	161
8.2.1. Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych	163
8.2.2. Różniczka zupełna funkcji	164
8.2.3. Zastosowania ekonomiczne	165
Zadania	167
8.3. Funkcja uwikłana	169
8.3.1. Przykład zastosowania w ekonomii	169
8.3.2. Ekstremum funkcji uwikłanej	170
Zadania	171
8.4. Ekstremum warunkowe	172
Zadania	175
9. CAŁKI WIELOKROTNE, KRZYWOLINIOWE I POWIERZCHNIOWE	177
9.1. Całka podwójna	177
9.1.1. Całka podwójna w prostokącie	177
9.1.2. Całka podwójna w obszarze normalnym	178
9.1.3. Własności całki podwójnej	179

9.1.4. Zmiana zmiennych w całce podwójnej – współrzędne biegunowe	181
9.1.5. Interpretacja fizyczna całki podwójnej	182
Zadania	183
9.2. Całka potrójna	186
9.2.1. Całka potrójna w prostopadłościanie	186
9.2.2. Całka potrójna w obszarze normalnym	188
9.2.3. Interpretacja geometryczna całki potrójnej	189
9.2.4. Zmiana zmiennych w całce potrójnej	189
9.2.5. Interpretacja fizyczna całki potrójnej	191
Zadania	192
9.3. Całka krzywoliniowa nieskierowana	195
9.3.1. Interpretacja geometryczna całki krzywoliniowej nieskierowanej	197
9.3.2. Interpretacja fizyczna całki krzywoliniowej nieskierowanej	197
9.3.3. Całka krzywoliniowa nieskierowana w przestrzeni trójwymiarowej	198
Zadania	199
9.4. Całka krzywoliniowa skierowana	201
9.4.1. Interpretacja fizyczna całki krzywoliniowej skierowanej	203
9.4.2. Niezależność całki krzywoliniowej od drogi całkowania	203
9.4.3. Wzór Greena	204
9.4.4. Całka krzywoliniowa skierowana w przestrzeni trójwymiarowej	206
Zadania	206
9.5. Całka powierzchniowa niezorientowana	209
9.5.1. Interpretacja geometryczna całki powierzchniowej niezorientowanej	210
9.5.2. Interpretacja fizyczna całki powierzchniowej niezorientowanej	211
Zadania	213
9.6. Całka powierzchniowa zorientowana	214
9.6.1. Twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego	216
9.6.2. Twierdzenie Stokesa	216
Zadania	217
ODPOWIEDZI	220
Rozdział 1	220
Rozdział 2	229
Rozdział 3	235
Rozdział 4	236
Rozdział 5	238
Rozdział 6	256
Rozdział 7	263
Rozdział 8	264
Rozdział 9	269
Bibliografia	276